

## Efecto del cambio de velocidad de inyección de aire a través de toberas, inducido en tanques cilíndricos horizontales

Arturo Lizardi-Ramos, Raymundo López-Callejas, Hilario Terres-Peña, Sandra Chávez-Sánchez, Mabel Vaca-Mier, Araceli Lara-Valdivia y Oscar Delgado-Román

Área de Termofluidos, Departamento de Energía, UAM Azcapotzalco, CDMX, México

**Diseño de Procesos Sustentables** (Simulación y dinámica de sistemas). **Ponencia Virtual.**

Recibido: 21 de agosto de 2023

Aceptado: 5 de octubre de 2023

Publicado: 23 de noviembre de 2023

**Resumen:** Se presenta el análisis del flujo en un cilindro horizontal que contiene agua, que está abierto a la atmósfera y que es promovido por la inyección de aire a través de tres toberas, en las cuales se tiene una velocidad de entrada variable. Frente a las toberas se coloca un deflector cónico. El modelo matemático se basa en las ecuaciones de Reynolds-Navier-Stokes para un fluido newtoniano, viscoso, bifásico, en régimen turbulento y en estado permanente; y se resuelve con el método numérico del elemento finito. Los resultados muestran los campos del vector velocidad para las distintas velocidades de entrada 0.025, 0.5, 0.1, 0.15, 0.2 m/s. También se analiza la velocidad azimutal a lo largo del diámetro del depósito para las diferentes velocidades de entrada. Comparando la magnitud del vector velocidad en la parte central inferior del tanque, parte central derecha y parte superior izquierda, y para las velocidades de  $\vec{V}_{in} = 0.2$  m/s y  $\vec{V}_{in} = 0.025$  m/s, se presentó un incremento del: 218.98, 252.45 y 128.28%, respectivamente. Este mismo comportamiento se obtuvo al comparar las magnitudes máximas de la componente de velocidad tangencial de los flujos de lado izquierdo y central, entre las velocidades de  $\vec{V}_{in} = 0.2$  m/s y  $\vec{V}_{in} = 0.025$  m/s, encontrándose un incremento de 238.71 y 261.99%, respectivamente. Los resultados muestran que al incrementar la velocidad de entrada del aire se ve mejorado el flujo en el interior del recipiente, aunque no se observa un comportamiento lineal en el intervalo de velocidades considerado. El análisis puede emplearse para mejorar el diseño de este tipo de equipos, que son utilizados en aireación de lodos activados, mezclado y riego de fertilizantes, etc.

**Palabras clave:** Inyección de aire, análisis axial, inyectores de aire, velocidad azimutal.

## Effect of air injection velocity change through nozzles, induced in horizontal cylindrical tanks

**Abstract:** The analysis is presented in a horizontal cylinder containing water, which is open to the atmosphere, and which is promoted by the injection of air through three nozzles, in which there will be a variable inlet speed. In front of the nozzles a conical baffle is placed. The mathematical model is based on the Reynolds-Navier-Stokes equations for a Newtonian fluid, viscous, biphasic, in turbulent regime and in permanent state; and is solved with the finite element numerical method. The results show the velocity vector fields for the different input velocities 0.025, 0.5, 0.1, 0.15, 0.2 m/s. The azimuthal velocity along the cylinder diameter is also analyzed for the different inlet velocities. Comparing the magnitude of the velocity vector in the lower central part of the tank, right central part and upper left part, and for the velocities of  $\vec{V}_{in} = 0.2$  m/s and  $\vec{V}_{in} = 0.025$  m/s, an increase of 218.98, 252.45 and 128.28% was presented, respectively. This same behavior was obtained when comparing the maximum magnitudes of the tangential velocity component of the left and central side flows, between the velocities of  $\vec{V}_{in} = 0.2$  m/s and  $\vec{V}_{in} = 0.025$  m/s, finding an increase of 238.71 and 261.99%, respectively. The results show that increasing the speed of air intake improves the flow inside the container, although no linear behavior is observed in the range of speeds considered. The analysis can be used to improve the design of this type of equipment, which is used in aeration of activated sludge, mixing and irrigation of fertilizers, etc.

**Keywords:** Air injection, axial analysis, air injectors, azimuthal velocity.

### Introducción

La inyección de aire en tanques horizontales que contienen fluidos líquidos en su interior es una aplicación sumamente utilizada en la industria por su alto valor y uso. En el sector agrícola, por ejemplo, se utilizan contenedores que tienen agitadores neumáticos para los cabezales de riego, los cuales ayudan a mantener disueltos los fertilizantes que se emplean. Estos agitadores neumáticos utilizan un bombas soplantes conectadas a un sistema de tuberías instalada en depósitos que inyectan aire a la solución, M. Halliday y M. Trenkel (1992). Por otro lado, Chibwe D. K. *et al* (2011), analizaron experimental y numéricamente el patrón de flujo y mezclado en un convertidor industrial Peirce-Smith, empleando un modelo en frío. Llevaron a cabo simulaciones 2-D y 3-D del sistema de tres fases. La capa de mata y

escoria fueron simuladas con agua y queroseno respectivamente. Los resultados revelaron que tanto la tasa de flujo volumétrico del aire como la presencia de la capa de escoria superpuesta tienen efectos profundos sobre la eficiencia de mezcla del convertidor. Para el proceso denominado “lodos activados”, que se utiliza en el tratamiento de aguas residuales, el cual se basa en ingresar el agua residual a un reactor en el que se encuentra un cultivo de microorganismos, para que estos microorganismos puedan sobrevivir dentro del reactor se inyecta aire dentro de él, Parkson (2020). Para la acuicultura es necesario mantener el agua de los tanques tan próxima como sea posible a la saturación total de oxígeno disuelto (100%) y para ello se requiere un proceso de aireación. Un método para alcanzar este fin consiste en inyectar el aire que viene de un compresor a través de una tubería que tiene en un extremo una tobera, Galli-Merino O. y Miguel-Sal F. (2007). En el sector metalúrgico, por ejemplo, se requiere de la inyección de aire en los convertidores de cobre para oxidar las impurezas de éste. Valencia A., *et al* (2004), estudiaron numéricamente la dinámica de fluidos dentro de un recipiente con agua (con la geometría de un convertidor de cobre) debido a la inyección de aire provocada por una tobera sumergida. La simulación se realizó con el software Fluent. Se compararon los resultados numéricos y experimentales de la velocidad de entrada del aire en el depósito que produce los resultados más favorables respecto a una buena mezcla en el recipiente con un mínimo de salpicaduras. López C. y Plascencia G. (2010), estudiaron el comportamiento de un convertidor Pierce-Smith al utilizar una tobera tipo convergente-divergente para realizar la inyección de aire. El modelado físico del problema se realizó por simulación numérica a través de la dinámica de fluidos computacional (CFD). El estudio demostró que el desempeño del reactor aumenta si se cambia la forma en la que el gas transfiere momentum a la fase líquida, minimizando las zonas de recirculación. El propósito de este trabajo es obtener los campos de velocidad, en estado permanente, para velocidades de entrada de aire distintas a través de tres toberas en la parte central del tanque con deflectores cónicos. Para lo anterior se resuelven las ecuaciones de Reynolds-Navier-Stokes en coordenadas polares cilíndricas, junto con las condiciones iniciales y de frontera adecuadas. Dichos resultados permitirán determinar cómo se comporta el flujo en el interior del recipiente, al variar la velocidad de inyección de aire, y observar si existe alguna correlación que permita sugerir mejoras en el proceso. Lo anterior para beneficiar el proceso en la industria metalúrgica, alimentaria y química.

## Materiales y Métodos

### Nomenclatura

|             |  |                 |   |
|-------------|--|-----------------|---|
| $C$         | calor específico (J/kg K)                            | $v$             | componente de velocidad tangencial (m/s)                      |
| $C_d$       | coeficiente de arrastre                              | $\vec{V}_g$     | velocidad del gas (m/s)                                       |
| $d_b$       | diámetro de la burbuja (m)                           | $\vec{V}_l$     | velocidad de la fase líquida (m/s)                            |
| $\vec{F}$   | vector fuerza de cuerpo (N/ m <sup>3</sup> )         | $\vec{V}_{des}$ | velocidad de deslizamiento (m/s)                              |
| $g$         | aceleración gravitatoria (m/s <sup>2</sup> )         | $\vec{V}_{in}$  | velocidad del gas a la entrada (m/s)                          |
| $k$         | conductividad térmica (W/m K)                        | $w$             | componente de velocidad axial (m/s)                           |
| $m_{gl}$    | tasa de transferencia de masa (kg/s m <sup>3</sup> ) | $z$             | coordenada axial (m)  |
| $M_w$       | peso molecular de la burbuja de gas (kg/kmol)        | $\beta$         | coef. de expansión volumétrico (K <sup>-1</sup> )             |
| $-\vec{n}$  | vector unitario normal                               | $\rho_l$        | densidad del líquido (kg/m <sup>3</sup> )                     |
| $\vec{N}_g$ | vector flujo de masa de gas (kg/m <sup>2</sup> s)    | $\rho_g$        | densidad del gas (kg/m <sup>3</sup> )                         |
| $P$         | presión (Pa)   | $\rho_{in}$     | densidad del gas a la entrada (kg/m <sup>3</sup> )            |
| $R_u$       | constante universal de los gases (J/mol K)           | $\mu_l$         | viscosidad dinámica de la fase líquida (kg/m s)               |
| $r$         | coordenada radial (m)                                | $\mu_T$         | viscosidad turbulenta (kg/m s)                                |
| $Re$        | número de Reynolds                                   | $\theta$        | coordenada tangencial (grados)                                |
| $t$         | tiempo (s)   | $\phi_l$        | fracción de volumen líquido (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ) |
| $T$         | temperatura (K)                                      | $\phi_g$        | fracción de volumen de gas (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> )  |
| $u$         | componente de velocidad radial (m/s)                 |                 |   |

### Modelo a analizar

El sistema por analizar consta de un depósito cilíndrico horizontal de radio  $R_1=100$  mm y longitud  $L_1=400$  mm, que en su interior contiene agua. El recipiente cuenta con una abertura en la parte superior de  $L_2=28.2$  mm de ancho que permite la interacción con la atmósfera. El aire se introduce radialmente al tanque a través de tres toberas de radio  $R_2=2$  mm colocadas en la parte media de la longitud del cilindro y a un ángulo de  $\theta_1=225^\circ$ ,  $\theta_2=270^\circ$  y  $\theta_3=315^\circ$ ,

respectivamente, Figura 1 y 2. Para mejorar la distribución de aire en el tanque se colocan deflectores cónicos enfrente de cada tobera. Los deflectores empleados son de radio  $R3=5$  mm y una longitud de  $L3=5$  mm, Figura 3. Los deflectores se colocan enfrente a las toberas a una distancia de  $R4=97$  mm desde el centro del depósito.

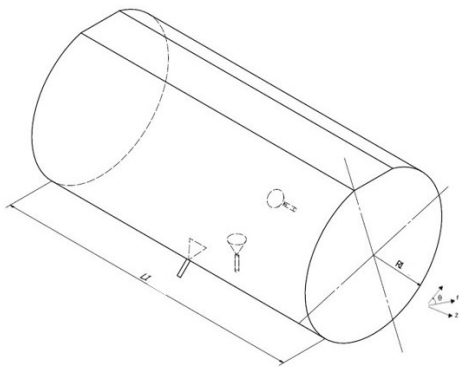


Figura 1 Vista 3D del sistema en estudio

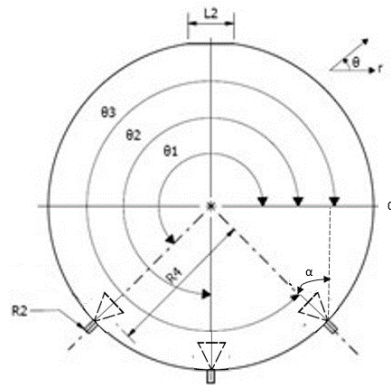


Figura 2 Vista frontal del sistema

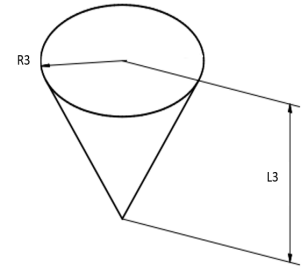


Figura 3. Deflector cónico

### Planteamiento matemático

La formulación matemática se basa en las ecuaciones de Reynolds-Navier-Stokes (RANS) que se pueden emplear para determinar el flujo de un fluido Newtoniano, viscoso, bifásico, en régimen turbulento y en estado transitorio, en el interior de un recipiente cilíndrico, AL-Mashhadani M. et al (2015), Tijonov A. N. and Samarsky A. A. (1980), Landau L. D. and Lifshitz E. M. (1987). Para la fase líquida:

$$\varphi_l \rho_l \frac{\partial \vec{V}_l}{\partial t} + \varphi_l \rho_l \vec{V}_l \cdot \nabla \vec{V}_l = -\nabla P + \nabla \cdot \left[ \varphi_l (\mu_l + \mu_T) (\nabla \vec{V}_l + (\nabla \vec{V}_l)^T) \right] + \varphi_l \rho_l \vec{g} + \vec{F} \quad (1)$$

Sabiendo que para bajas concentraciones de gas la fracción de volumen líquido  $\varphi_l$  es aproximadamente uno, entonces:  $\nabla \cdot \vec{V}_l = 0$ . La ecuación para la fase gaseosa es:

$$\frac{\partial \rho_g \varphi_g}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \varphi_g \vec{V}_g) = -m_{gl} \quad (2)$$

Pero se considera que no hay transferencia de masa entre la fase líquida y gaseosa, por lo que  $m_{gl}=0$ . Así, la ecuación (2) queda:

$$\frac{\partial \rho_g \varphi_g}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \varphi_g \vec{V}_g) = 0 \quad (3)$$

Así mismo, al considerarse el estado permanente, las variables involucradas no cambian conforme pasa el tiempo, por lo que la ecuación (3) se reduce a:

$$\nabla \cdot (\rho_g \varphi_g \vec{V}_g) = 0 \quad (3)$$

La densidad del gas se calcula a partir de la ecuación de estado del gas ideal  $\rho_g = \frac{P M_w}{R_u T}$ . Aquí  $M_w$  es el peso molecular de la burbuja de gas,  $R_u=8.314$  J/mol K es la constante universal de los gases y  $T=293$  K la temperatura del gas. La velocidad del gas se puede calcular a partir de la ecuación  $\vec{V}_g = \vec{V}_l + \vec{V}_{des}$ , donde  $\vec{V}_{des}$  es la velocidad de deslizamiento entre el agua y el aire. El balance presión-arrastre se emplea para calcular  $\vec{V}_{des}$ . El modelo se basa en que las fuerzas de presión de las burbujas se equilibran con la fuerza de arrastre:

$$\frac{3 C_d}{4 d_b} \rho_l |\vec{V}_{des}| \vec{V}_{des} = -\nabla P \quad (5)$$

Donde  $d_b=0.001$  m es el diámetro de la burbuja y  $C_d$  es el coeficiente de arrastre (adimensional). Debido a que el diámetro de burbuja es inferior a 0.002 m, se usó el modelo de coeficiente de arrastre de Hadamard-Rybczynski  $C_d = \frac{16}{Re}$ , AL-Mashhadani M. et al (2015), Crowe C. et al (1998). El número de Reynolds se calcula con:  $Re = \frac{d_b \rho_l |\vec{V}_{des}|}{\mu_l}$ . Para las condiciones de frontera se tomó la condición de no deslizamiento,  $\vec{V}_l=0$ , en las paredes internas del depósito y sobre los deflectores. Para la entrada del aire se considera que  $-\vec{n} \cdot \vec{N}_g = \vec{V}_{in} \cdot \rho_{in}$  donde  $-\vec{n}$  es un vector normal a la sección de entrada que "apunta" al interior del cilindro. En este trabajo el valor de la velocidad del aire a la entrada del tanque, que se utiliza en las ecuaciones (1-5), se tomó como  $\vec{V}_{in} = 0.025, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2$  m/s y la densidad como  $\rho_{in} = 0.973$  kg/m<sup>3</sup>. Para la salida del aire se consideró la condición de no deslizamiento,  $\vec{n} \cdot \vec{V}_l=0$ , la cual supone la condición de no penetración del agua, pero si del aire. Finalmente, las ecuaciones (1) y (4) se resuelven para obtener las variables  $\vec{V}_l$  y P. Del campo de velocidades  $\vec{V}_l$  se obtienen las tres componentes: radial, u, tangencial, v, y axial, w.

### Solución numérica

Para resolver las ecuaciones que definen el movimiento de un fluido en el interior de un recipiente cilíndrico, con las características descritas en la sección anterior, se empleó el método numérico del elemento finito. Parte de la metodología utilizada fue Torres C. R. and Grau B. J. (2007), Pryor R. W. (2011):

- Se selecciona el modelo 3D.
- Se dibuja la geometría a analizar de acuerdo con el modelo.
- Se analiza la independencia del tamaño de la malla y su relación con los resultados. Para cada velocidad de entrada se generó un número de elementos: para  $\vec{V}_{in} = 0.025$  m/s se generaron 15143 elementos,  $\vec{V}_{in} = 0.05$  m/s 13465 elementos,  $\vec{V}_{in} = 0.1$  m/s 14721 elementos,  $\vec{V}_{in} = 0.15$  m/s 15683 elementos, y  $\vec{V}_{in} = 0.2$  m/s 13575 elementos.
- Se introduce el valor de las propiedades del agua y aire: viscosidad dinámica ( $\mu$ ), densidad ( $\rho$ ), calor específico (C), coeficiente de expansión volumétrico ( $\beta$ ) y conductividad térmica (k). La presión en el sistema se modela con el algoritmo de relajación (TDMA).
- Se introducen las condiciones de frontera y se da el valor de la velocidad de entrada del aire, para cada caso. La interfaz es resuelta con el código de flujo burbujeante, turbulento y bifásico.
- Se configura la solución de paso segregada con un error de  $1.0 \times 10^{-8}$  como criterio de convergencia.
- Se corre el programa y se obtiene el campo velocidades ( $\vec{V}_l$ ) y la componente de velocidad azimutal (v).

### Resultados y Discusión

Una vez hecha la programación, se llevaron a cabo las corridas en condiciones de estado permanente para los cinco arreglos bajo estudio. Por conveniencia, se hizo el análisis de resultados en el plano que se encuentra a la mitad del tanque, allí se colocó el eje de referencia y, por lo tanto, en ese punto se tiene la condición de frontera de simetría. En las Figuras 4 a 8 se muestran los campos del vector velocidad para los cinco casos a analizar, en el eje de simetría en  $z=0$  m. En dichas figuras se resalta el valor del vector velocidad en tres posiciones de interés, ubicados de acuerdo con el sistema de referencia de la Figura 2, (R mm,  $\theta$  °), en: (90, 0°), (81, 120°) y (45.5, 270°), lo anterior para comparar su magnitud al cambiar la velocidad de entrada. Es importante señalar que se está analizando el movimiento del fluido dentro del contenedor, sin tomar en cuenta la concentración aire-agua que se tiene en el sistema. En la Figura 4, se puede observar que el fluido entra al recipiente a través de las tres toberas, rodeando a los deflectores cónicos, zona en donde se tienen las concentraciones más altas del vector velocidad (0.0237 m/s); posteriormente se incorpora al seno del fluido, donde se aprecia que en la parte central derecha del tanque se generan valores de 0.0204 m/s; finalmente se manifiestan corrientes de fluido hacia la frontera abierta a la atmósfera, y en la parte superior derecha del depósito se tienen magnitudes del vector velocidad de 0.0099 m/s. En los sistemas de las Figuras 5 a 8 se puede observar un comportamiento semejante al anterior, pero con un incremento de valores para cada caso.

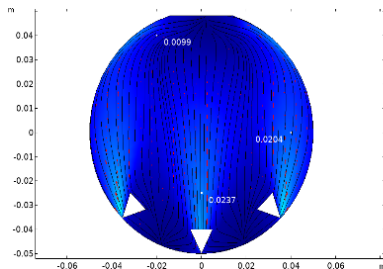


Figura 4 Campo de velocidades, deflectores cónicos,  $V_{in}=0.025$  m/s

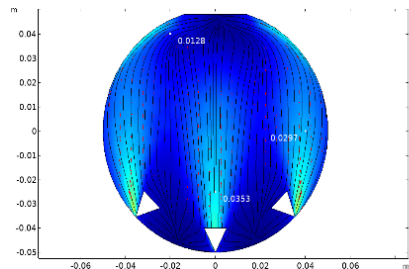


Figura 5 Campo de velocidades, deflectores cónicos,  $V_{in}=0.05$  m/s

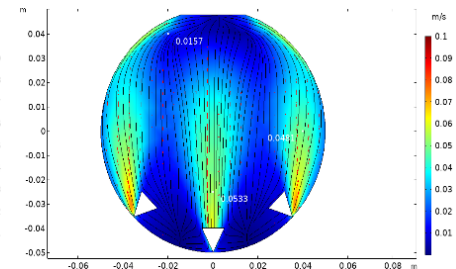


Figura 6 Campo de velocidades, deflectores cónicos,  $V_{in}=0.1$  m/s

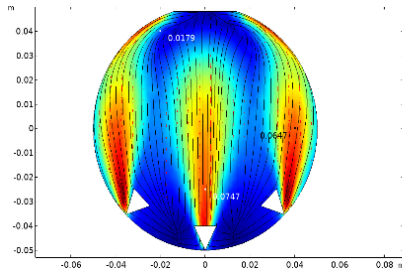


Figura 7 Campo de velocidades, deflectores cónicos,  $V_{in}=0.15$  m/s

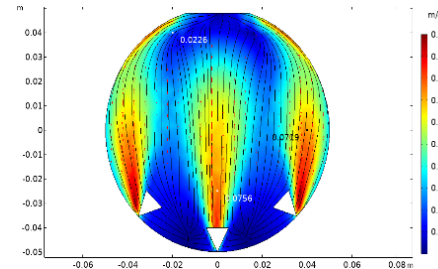


Figura 8 Campo de velocidades, deflectores cónicos,  $V_{in}=0.2$  m/s

Tabla 1. Vector velocidad ( $\vec{V}_i$ ), m/s, para cada velocidad de entrada y en las posiciones seleccionadas

| $\vec{V}_{in}$ (m/s) | $\vec{V}_i$ (m/s)   |
|----------------------|---|
| 0.025                | $23.7 \times 10^{-3}$ , $9.9 \times 10^{-3}$ , $20.4 \times 10^{-3}$  |
| 0.05                 | $35.3 \times 10^{-3}$ , $12.8 \times 10^{-3}$ , $29.7 \times 10^{-3}$ |
| 0.1                  | $53.3 \times 10^{-3}$ , $15.7 \times 10^{-3}$ , $48.1 \times 10^{-3}$ |
| 0.15                 | $74.7 \times 10^{-3}$ , $17.9 \times 10^{-3}$ , $64.7 \times 10^{-3}$ |
| 0.2                  | $75.6 \times 10^{-3}$ , $22.6 \times 10^{-3}$ , $71.9 \times 10^{-3}$ |

Comparando la magnitud del vector velocidad en la parte central inferior del tanque, parte central derecha y parte superior izquierda, y para las velocidades de  $\vec{V}_{in} = 0.2$  m/s y  $\vec{V}_{in} = 0.025$  m/s, se observa que se presenta un incremento del: 218.98, 252.45 y 128.28%, respectivamente. Es decir, se tiene un aumento de la velocidad conforme se va incrementando la cantidad de aire que ingresa por las toberas, comportamiento que era esperado. Otro aspecto que resaltar es el comportamiento que tiene el cambio de la velocidad en los puntos de interés, como se muestra en la Figura 9. El análisis presenta la línea de tendencia cuando se va incrementando la velocidad, se aprecia un aumento más marcado en las zonas de entrada del aire y frontera superior del recipiente.

Para analizar más detalladamente el movimiento del fluido, se elaboraron gráficas de la componente de velocidad tangencial ( $v$ ) a lo largo de la línea horizontal del depósito que va de los  $0^\circ$  hasta  $180^\circ$ , y para las velocidades de entrada de  $\vec{V}_{in} = 0.025, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2$  m/s. En la Figura 10 se presenta la distribución de velocidades del sistema con deflectores cónicos para las cinco velocidades. En todas las gráficas se muestra la presencia de tres flujos verticales que se dirigen hacia la frontera abierta a la atmósfera, por lo que hay tres puntos máximos. Para la velocidad de entrada  $V_{in}=0.025$  m/s se observa que el fluido tiene un incremento de velocidad desde el reposo, por las características de la frontera rígida de lado izquierdo, hasta alcanzar un máximo local de  $20.3 \times 10^{-3}$  m/s, después se aprecia un decremento en el vector velocidad, alcanzando un mínimo de  $10.2 \times 10^{-3}$  m/s, para posteriormente volver a alcanzar el máximo de velocidad de flujo en el centro del tanque de  $17.9 \times 10^{-3}$  m/s. Para la otra mitad del tanque se observa un comportamiento más o menos simétrico, naturaleza que debe presentarse dadas las condiciones otorgadas. Para las otras velocidades de entrada se presenta un comportamiento parecido, pero con valores mayores. En la Tabla 2 se

muestran las magnitudes máximas y mínimas de la velocidad, para la parte izquierda del sistema, y para los cinco casos a analizar.

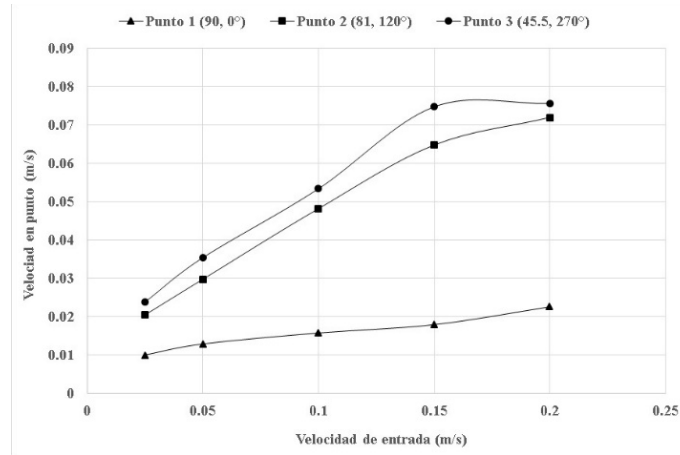


Figura 9 Vector velocidad ( $v_1$ ) para los puntos de interés, variando la velocidad de entrada ( $V_{in}$ ).

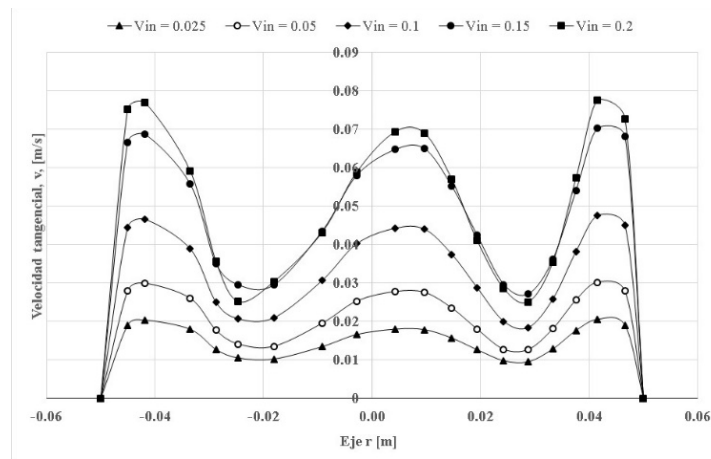


Figura 10 Velocidad tangencial ( $v$ ) para el arreglo con deflectores cónicos y velocidad de entrada variable.

Tabla 2. Valores máximos de la velocidad tangencial ( $v$ ), m/s, para los cinco arreglos.

| $\vec{V}_{in}$ (m/s) | Velocidad tangencial ( $v$ ) (m/s)                                    |
|----------------------|---|
| 0.025                | $20.3 \times 10^{-3}$ , $10.2 \times 10^{-3}$ , $17.9 \times 10^{-3}$ |
| 0.05                 | $30.0 \times 10^{-3}$ , $13.5 \times 10^{-3}$ , $27.8 \times 10^{-3}$ |
| 0.1                  | $46.7 \times 10^{-3}$ , $20.7 \times 10^{-3}$ , $44.3 \times 10^{-3}$ |
| 0.15                 | $68.8 \times 10^{-3}$ , $29.5 \times 10^{-3}$ , $65.0 \times 10^{-3}$ |
| 0.2                  | $77.1 \times 10^{-3}$ , $25.1 \times 10^{-3}$ , $69.0 \times 10^{-3}$ |

Comparando los valores máximos de la componente de velocidad tangencial de los flujos de lado izquierdo y central, entre las velocidades de  $\vec{V}_{in} = 0.2$  m/s y  $\vec{V}_{in} = 0.025$  m/s, se encontró un incremento de 238.71 y 261.99%, respectivamente. Es decir, la componente de velocidad se ve favorecida al incrementar la velocidad de inyección del aire en el sistema. Este fenómeno es congruente con el análisis anterior y se observa que en ambos casos se obtuvo una magnitud parecida en el orden de su incremento, que fue de dos veces su valor, lo cual beneficia el comportamiento dentro del tanque para promover el movimiento del fluido

## Conclusiones

En este trabajo se obtuvieron los campos del vector velocidad y las gráficas de la componente de velocidad tangencial a lo largo del eje axial de un tanque cilíndrico horizontal que contiene agua y cuya superficie está abierta a la atmósfera. El movimiento del fluido se obtuvo por la inyección de aire a través de tres toberas y frente a ellas se colocaron tres deflectores cónicos. La metodología y el método numérico propuestos fueron adecuados pues con ellos se obtuvieron los parámetros en cuestión, encontrándose concordancia con resultados de la literatura. El análisis del campo de velocidades demostró que se tiene un incremento en el vector velocidad conforme la velocidad de entrada va creciendo, comparando la magnitud del vector velocidad en la parte central inferior del depósito, parte central derecha y parte superior izquierda, entre las velocidades de  $\vec{V}_{in} = 0.2 \text{ m/s}$  y  $\vec{V}_{in} = 0.025 \text{ m/s}$ , se halló un incremento del: 218.98, 252.45 y 128.28%, respectivamente. Para el análisis de la componente de la velocidad tangencial,  $v$ , se obtuvieron resultados que guardan concordancia con los anteriores, ya que, comparando los valores máximos de la componente de velocidad tangencial de los flujos de lado izquierdo y central, entre las velocidades de  $\vec{V}_{in} = 0.2 \text{ m/s}$  y  $\vec{V}_{in} = 0.025 \text{ m/s}$ , se obtuvo un incremento de 238.71 y 261.99%, respectivamente. Los resultados mostraron que existe una mejora en el movimiento del fluido del interior del depósito, al incrementar la velocidad de entrada del aire en las toberas, pero no hubo una relación lineal en este intervalo de velocidades. El empleo de estos resultados, para alguna aplicación práctica de ingeniería, estaría condicionada a ajustar los tipos de fluido, configuraciones geométricas y condiciones de frontera del sistema.

## Bibliografía

- AL-Mashhadani M., Wilkinson S. and Zimmerman W. (2015). Airlift bioreactor for biological applications with microbubble mediated transport processes. *Chemical Engineering Science*. Vol. 137, pp. 243-253. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.ces.2015.06.032>. Consultado: 25 abril 2019.
- Chibwe D., Akdogan G., Aldrich C. and Eric R. (2011). CFD modelling of global mixing parameters in a Peirce-Smith converter with comparison to physical modelling. *Chemical Product and Process Modeling*. Vol. 6, no. 1, pp. 1-27. Disponible en: <https://espace.curtin.edu.au/bitstream/handle/20.500.11937/39656/204637.pdf?sequence=2>. Consultado: 19 abril 2019.
- Crowe C., Sommerfeld M. and Tsuji Y. (1998). *Multiphase Flows with Droplets and Particles*. 2ª ed, Boca Raton, Florida: CRC Press. Disponible en: <https://www.crcpress.com/Multiphase-Flows-with-Droplets-and-Particles/Crowe-Schwarzkopf-Sommerfeld-Tsuiji/p/book/9781439840504>. Consultado: 26 abril 2019.
- Galli-Merino O. and Miguel-Sal F. (2007). *Sistemas de recirculación y tratamiento de agua*. Secretaría de Agricultura, Ganadería, Pesca y Alimentos CENADAC. Santa Ana-Corrientes, Argentina. Disponible en: <http://www.minagri.gob.ar/sitio/areas/acuicultura/cultivos/otros/>. Consultado: 10 enero, 2019.
- Halliday and M. Trenkel M. (1992). *IFA world fertilizer use manual*. Paris: IFA. Disponible en: <https://www.fertilizer.org/>. Consultado: 25 marzo, 2019.
- Landau L. D. and Lifshitz E. M. (1987). *Fluids Mechanics*. 2ª ed., Cambridge: Pergamon Press. Disponible en: <https://www.elsevier.com/books/fluid-mechanics/landau/978-0-08-033933-7>. Consultado: 08 mayo 2019.
- López C., Plascencia G. (2010). *Modelado físico y computacional de la inyección de un gas en un convertidor Peirce- Smith con miras al desarrollo de una tobera convergente- divergent*. Instituto Politécnico Nacional, México.
- Parkson, *Sistema de Tratamiento de aireación extendida biolac* (2020). Disponible en: <http://www.nortechwater.com/PDF/BIOLAC.pdf>. Consultado: 01 febrero 2021.
- Pryor R. W., *Multiphysics modeling using COMSOL: a first principles approach*, Boston: Jones & Bartlett Learning (2011). Disponible en: <http://teguhady.lecturer.pens.ac.id/Multiphysics%20modeling%20using%20COMSOL.pdf>. Consultado: 28 enero 2019.
- Tijonov A. N. and Samarsky A. A. (1980). *Ecuaciones de la física matemática*, Moscú: MIR. Disponible en: <http://samarskii.ru/books/book1984.pdf>. Consultado: 19 marzo 2019.
- Torres C. R. and Grau B. J. (2007). *Introducción a la mecánica de fluidos y transferencia de calor con COMSOL Multiphysics*. 1ª ed., Barcelona: Addlink Media. Disponible en: <https://www.addlink.es/productos/introduccion-a-la-mecanica-de-fluidos-y-transferencia-de-calor-con-comsol-multiphysics>. Consultado: 25 enero 2019.
- Valencia A., Paredes R., Rosales M., Godoy E. and Ortega J. (2004). Fluid dynamics of submerged gas injection into liquid in a model of copper converter. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. Vol. 31, no. 1, pp. 21-30. Disponible en: [https://doi.org/10.1016/S0735-1933\(03\)00198-2](https://doi.org/10.1016/S0735-1933(03)00198-2). Consultado: 18 febrero 2019.